
文章编号 1004-924X(2008)08-1522-06

星载光学遥感器地面幅宽与轨道参数之间关系

张贵祥^{1,2}, 金光¹, 曲宏松^{1,2}

(1. 中国科学院 长春光学精密机械与物理研究所, 吉林 长春 130033;

2. 中国科学院 研究生院, 北京 100039)

摘要:以太阳同步轨道为例,讨论了星载光学遥感器地面幅宽与轨道参数(特别是轨道高度)的关系,提出了满足星载光学遥感器地面幅宽要求的太阳同步轨道高度的选取方法。从地球非球形摄动理论的讨论开始,引出了太阳同步轨道的定义。通过引入假想交点的概念,推导出了交点周期、基本交点距与轨道高度的关系。基于上述讨论,得出了满足幅宽要求的轨道高度的约束条件。首次提出了假想交点这个概念,该概念的提出对太阳同步轨道相关理论的理解以及一些重要公式的推导有很大的帮助。推导出的太阳同步轨道交点周期与轨道半长轴的关系式已成功应用于某课题的太阳同步轨道设计中。

关键词:星载光学遥感器;幅宽;轨道根数;假想交点;交点周期;视场角

中图分类号:V474.6;V412.4 **文献标识码:**A

Relationship between swath width of space borne optical sensor and orbital elements

ZHANG Gui-xiang^{1,2}, JIN Guang¹, QU Hong-song^{1,2}

(1. *Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun 130033, China;*

2. *Graduate University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039, China*)

Abstract: By taking Sun Synchronous Orbit(SS-O) for example, the relationship between swath width and orbital elements (especially the orbital altitude) was discussed, and a SS-O design method for satisfying the swath width requirement of space borne optical sensor was also given. The theory of non-spherical earth perturbation and the definition of SS-O were discussed. Then, the relationship among nodal period, fundamental interval and orbital altitude was deduced by deriving the definitions of fictitious node. Finally, the restriction conditions of orbit altitude satisfying swath width requirement based on the discussion above were given. The definition of fictitious node very helpful to comprehend the theory on SS-O was first put forward. Furthermore, the mathematical relationship between SS-O nodal period and orbital semimajor axis was deduced, which has been available for SS-O design.

Key words: borne optical sensor; swath width; orbital elements; fictitious node; nodal period; field of view

收稿日期:2008-05-30;修订日期:2008-06-06.

基金项目:国家 863 高技术研究发展计划资助项目(No. 2007AA12Z113)

1 引言

由于太阳同步轨道具有地球覆盖范围广(南北纬跨度超过 $\pm 80^\circ$)、光照条件相对稳定(太阳光线与轨道面夹角基本保持不变)、可选择的轨道高度范围大(一般在400~1 000 km范围内选择)等优点,使得太阳同步轨道成为许多航天任务的首选。

为了能够完成航天任务,合理地设计一条能够满足任务要求的轨道,是进行航天器设计前的首要任务。文献[1-4]针对不同任务,对太阳同步轨道的设计进行了研究。然而,无论对何种任务,轨道的设计都有其共性的一面,即都是通过对任务要求逐一地进行分析,来确定轨道根数可选择的范围。每个任务要求对应一个可选范围,最终对各种要求对应的可选范围取交集,就得到了最终结果。

对于一般轨道而言,轨道根数有六个,每个根数都要通过以上步骤进行选取,所以轨道设计过程比较繁琐,很多情况是根据经验来完成的。而对于太阳同步轨道而言,我们经常选用圆轨道,即偏心率为0,半长轴为轨道高度和地球半径的和。而且半长轴与轨道倾角有固定的关系。这样,当半长轴(或者轨道高度)确定下来后,轨道倾角也随之确定。可见,轨道高度的选取是太阳同步轨道设计的关键。

本文首先介绍了地球非球形摄动的理论,它是太阳同步轨道的理论基础。之后,讨论了太阳同步轨道的定义,并推导出了轨道高度与倾角的转换关系。接着,讨论了太阳同步轨道的重要参数-交点周期。同时,首次引入了假想交点的概念,这个概念对于理解交点周期以及对基本交点距的引入有很大帮助。随后推导了光学遥感器视场角、幅宽和轨道高度的关系。在上述讨论的基础上,推导出了满足地面幅宽要求的轨道高度不等式。最后,通过一个算例说明了满足地面幅宽要求的太阳同步轨道的设计方法。

2 太阳同步轨道

2.1 地球非球形摄动引起轨道面的进动

地球形状不是一个标准的球体,而是接近一

个椭球体,地球的赤道直径大于过两极的子午圈直径。由于地球形状的非球形,导致地球的质量分布不具有球对称性,地球的引力场也表现出不均匀的特点。卫星在这样不均匀的引力场飞行,必然受到非球形摄动力的影响,使卫星轨道平面绕地球自转轴旋转,非球形摄动引起的这种效应被称为轨道面的进动。轨道面进动的速度可以用式(1)描述:

$$\dot{\Omega} = -\frac{3}{2}J_2\left(\frac{R_e}{p}\right)^2 n \cdot \cos i, \quad (1)$$

式中: p 为半通径, $p = a(1 - e^2)$; n 为卫星的平角速度, $n = \sqrt{\mu/a^3}$; μ 为地球引力常数; R_e 为地球半径; J_2 为地球非球形摄动的一阶长期项。

从式(1)可以看出,轨道面进动速度是半长轴(a)、偏心率(e)、轨道倾角(i)这三个经典轨道根数的函数。而本文主要讨论的是近圆轨道,所以 $e \approx 0$,故式(1)可以改写为:

$$\dot{\Omega} = -\frac{3}{2}\frac{1}{a}\sqrt{\frac{\mu}{a}}J_2\left(\frac{R_e}{a}\right)^2 \cos i. \quad (2)$$

从式(2)可以得到以下结论:

当 $i < 90^\circ$ 时, $\dot{\Omega} < 0$,从北极向下看,进动是逆时针方向的,表现为升交点赤经(或降交点赤经)的东进;

当 $i > 90^\circ$ 时, $\dot{\Omega} > 0$,从北极向下看,进动是顺时针方向的,表现为升交点赤经(或降交点赤经)的西退;

当 $i = 90^\circ$ 时, $\dot{\Omega} = 0$,此时轨道面不进动。式(2)计算出的 $\dot{\Omega}$ 的单位为rad/s,如果要计算一天内交点漂移的角度,可以由式(3)得出:

$$\Delta\Omega_{1_day} = \int_0^{24 \times 60 \times 60} \left(\frac{180}{\pi} \cdot \dot{\Omega}\right) dt. \quad (3)$$

2.2 太阳同步轨道的定义

从地球北极看,地球绕太阳逆时针旋转,若引入平太阳^[5]这个概念,可以说成平太阳绕地球做顺时针周年视运动。平太阳连续两次过春分点的时间间隔叫作一回归年,一个回归年长度为365.242 2平太阳日。因此,平太阳在赤道上移动的角速度为:

$$\dot{\Omega}_e = 360/365.242 2 = 0.985 6^\circ/\text{d}. \quad (4)$$

太阳同步轨道定义为轨道面进动角速度与平太阳绕地旋转角速度方向与大小相同的轨道。根据这个定义,首先通过方向一致性可以确定太阳

同步轨道的倾角 $> 90^\circ$, 而通过大小一致性可以得到式(5):

$$\dot{\Omega}_e = \Delta\Omega_{1_day}. \quad (5)$$

将具体数值代入式(5)可得:

$$0.9856 = -\frac{3}{2} \cdot \frac{180 \times 86400}{\pi} \cdot \frac{1}{a} \cdot \sqrt{\frac{\mu}{a}} \cdot \left(\frac{R_c}{a}\right)^2 J_2 \cos i. \quad (6)$$

式(6)建立起了太阳同步轨道的倾角与半长轴(或者轨道高度)两个根数之间的关系,是设计太阳同步轨道重要的公式之一。

3 交点周期与基本交点距

3.1 交点周期的物理意义

假设地球不自转,且地球形状为理想的球体,则卫星轨道面进动方向相对地球是不变的。换言之,轨道升交点(或降交点)表现为赤道上的一个固定点。但事实上,地球非标准球体,且每天绕自转轴旋转,这使得卫星轨道面相对地球也在旋转,也就是说,轨道升交点(或降交点)是分布在地球赤道上的。所以卫星绕地球旋转的轨道不是闭合的曲线,而是螺旋形的曲线。可以假想一个沿赤道绕地球做圆周运动的虚拟点,规定这个点沿赤道作匀速运动,且此虚拟点从一个真实交点运动到下一个真实交点的时间恰好等于卫星沿轨道飞行于这两个真实交点间所用的时间,把这样的点定义为假想交点。假想交点在赤道上的运动轨迹是连续的,而真实的交点在赤道上的排布却是离散的。把卫星接连两次过分布在赤道上的交点的时间间隔称作交点周期,其含义可以理解为假想交点从一个真实交点运动到下一个真实交点所用的时间。而在一个交点周期内走过的路程,也就是连续两个真实交点间的赤道弧长,被称作基本交点距(D^{km}),这段圆弧对应的地心角被称作基本交点角(D°)。

3.2 交点周期与经典根数的关系

严格地说,卫星连续两次过交点的时间不尽相同,即假想交点在赤道上的运动无周期性可言。因为卫星实际轨道是一组随时间变化的圆锥曲线的包络线,每个时刻的圆锥曲线被称为密切轨道^[6]。密切轨道是卫星实际的运行轨道,但研究起来很不方便,工程上常用平均轨道的概念来研

究问题。平均轨道是由平均根数来描述的。然而由于研究对象和研究方法的不同,产生了不同的平均根数的概念,如 Kozai-Iszak 平均根数^[7]和 Brouwer-Lyddane 平均根数^[8]等。文献[9]基于 Brouwer-Lyddane 平均根数推导出了交点周期与经典根数的关系:

$$T_N = \frac{2\pi}{n} \left[1 + \frac{3}{2} J_2 \left(\frac{R_c}{a} \right)^2 (1 - 4\cos^2 i) \right]. \quad (7)$$

这个关系式把交点周期和半长轴(a)和轨道倾角(i)两个经典根数联系起来。此式对于任何轨道都成立。特殊地,对于太阳同步轨道,将式(6)与式(7)联立得:

$$T_N = \frac{2\pi}{n} \left[1 + \frac{3}{2} \left(\frac{J_2 R_c^2}{a^2} - \frac{0.9856^2 \times 4\pi^2 a^5}{270^2 \times 86400^2 \cdot \mu J_2 R_c^2} \right) \right]. \quad (8)$$

这样就建立起了太阳同步轨道交点周期和半长轴的关系,而通过 $a = R_c + h$ 又可推导出交点周期和轨道高度的关系,两者关系如图 1 所示。

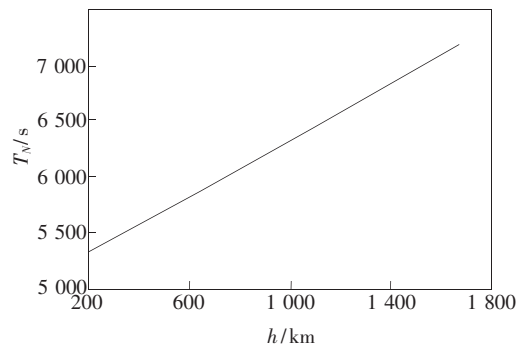


图 1 太阳同步轨道交点周期和轨道高度的关系

Fig. 1 Relationship between nodal period and attitude of SS-O

3.3 假想交点在赤道上移动的速度

前文指出,假想交点在赤道上移动的现象是由地球自转和非球形摄动两个因素引起的,则假想交点在赤道上移动的速度也是由地球自转速度和非球形摄动引起的轨道面进动速度叠加而得的。而非球形摄动引起的轨道面进动速度可以用前文提到的 $\dot{\Omega}$ 来度量,所以下面主要讨论地球的自转速度 ω_e 。

在讨论地球自转速度之前,拟定这里讨论的地球自转速度问题,是在惯性坐标系下推导的(因为升交点赤经是在惯性坐标系下提出的概念,是相对春分点方向的角度)。如果没有这个前提,地

球自转速度会很容易让人误解为 $360/24=15^\circ/h$ 。这种算法算出的是地球相对太阳的自转角速度,而不是相对春分点的自转角速度。为了正确计算假想交点在赤道上移动的速度,必须使地球自转速度与升交点变化速率在同一个坐标系下讨论,即都相对同一参考点—春分点。

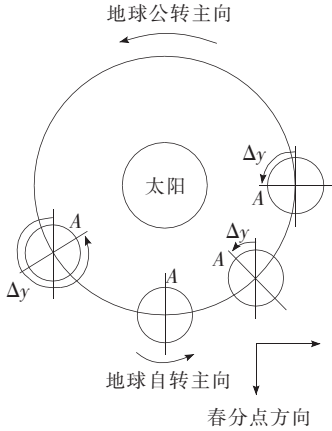


图 2 地球相对春分点自转角度

Fig. 2 Angle of earth rotation respect to the vernal equinox

在惯性坐标系下讨论问题,除了要考虑地球自转,还要考虑地球的公转。图 2 表示了地球绕太阳公转一周,即一个回归年内,相对春分点自转的角度。

从图 2 中可以看出地球每天(这里的“天”指的是一个平太阳日)相对春分点转过的角度 $>360^\circ$,为 $(360+\Delta\gamma)^\circ$, $\Delta\gamma$ 随时间的推移而积累,直到积累到一个回归年时, $\Delta\gamma=360^\circ$ 。也就是说一个回归年内,地球自转了 $(365.24 \times 360 + 360)^\circ$,这样可以得出一天地球相对春分点自转的度数 ω_e :

$$\omega_e = \frac{365.24 \times 360 + 360}{365.24} = 360 \times \left(1 + \frac{1}{365.24}\right). \quad (9)$$

ω_e 求出后就可以算出假想交点在赤道上移动的速度 $(\omega_e - \dot{\Omega})$ 了。注意这里,式(9)求出的 ω_e 的单位为 $^\circ/d$,而在计算 $(\omega_e - \dot{\Omega})$ 时,必须使 ω_e 和 $\dot{\Omega}$ 单位一致,一般取 $^\circ/s$ 。

求出假想交点在赤道上移动的速度,并知道交点周期以后,即可以求出基本交点距和基本交点角:

$$D^{km} = T_N(\omega_e - \dot{\Omega}) \frac{\pi}{180} R_e, \quad (10)$$

$$D^\circ = T_N(\omega_e - \dot{\Omega}). \quad (11)$$

图 3 是交点周期、基本交点距的示意图。图 3 中的横线表示了赤道,带序号的竖线表示了卫星过赤道的星下点轨迹,横、竖线的交点就是实际的升交点(或降交点),图中的交点数为 15。而两个实际交点之间的连线就是假想交点移动的轨迹。

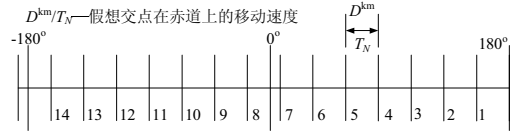


图 3 交点周期和基本交点距的关系

Fig. 3 Relationship between nodal period and fundamental interval

4 星载光学遥感器地面幅宽

图 4 表示了星载光学遥感器地面幅宽与轨道高度的关系,其中光学遥感器的视场角为 FOV,

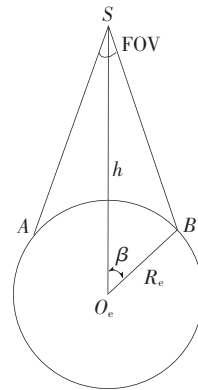


图 4 轨道高度与地面幅宽示意图

Fig. 4 Orbit altitude and swath width

地面幅宽 W 为 \widehat{AB} 的弧长, h 为轨道高度。由图 4 中几何关系和三角形的正弦公式可得:

$$\frac{\sin \frac{FOV}{2}}{R_e} = \frac{\sin \left(\frac{FOV}{2} + \beta\right)}{R_e + h}, \quad (12)$$

约减可得:

$$\beta = \arcsin \left(\frac{h + R_e}{R_e} \sin \frac{FOV}{2}\right) - \frac{FOV}{2}. \quad (13)$$

再由弧长公式可得到地面幅宽与光学遥感器视场角和轨道高度的关系:

$$W = R_e \left[2 \arcsin \left(\frac{h + R_e}{R_e} \sin \frac{\text{FOV}}{2} \right) - \text{FOV} \right]. \quad (14)$$

利用式(14)可以统计出视场角、幅宽和轨道高度之间的关系,如图 5 所示。

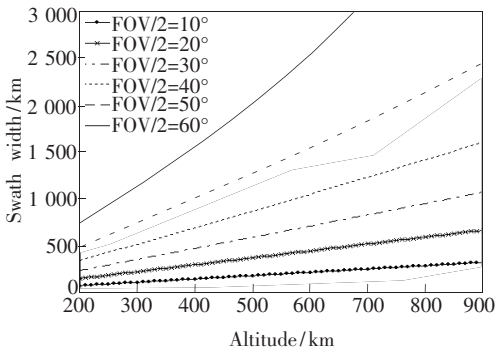


图 5 光学遥感器视场角、幅宽和轨道高度的关系

Fig. 5 Relationships among FOV of optical remote sensors, swath widths and orbit altitudes

5 满足幅宽要求的轨道高度的选取

5.1 轨道高度设计算法

轨道的设计是一个系统工程,需要考虑的因素很多,轨道的设计往往是在反复权衡众多因素后,选择一个最适合完成任务的折中方案的过程^[10]。下面重点讨论的是满足光学传感器幅宽要求的太阳同步轨道相关根数的选取。

在设计轨道之前,必须明确一些已知条件,如光学遥感器的视场角 FOV、星下点分辨率要求,还要明确任务要求几天(d 天)覆盖全球、赤道覆盖重叠率(η)是多少等。

由式(14)可知,幅宽 W 是轨道高度 h 的函数,即 $W(h)$ 。由式(10)可知基本交点距 D^{km} 是交点周期 T_N 的函数,而由式(8)可知, T_N 是轨道高度 h 的函数,所以 D^{km} 也是 h 的函数,即 $D^{\text{km}}(h)$ 。为满足地面幅宽要求,必须满足:

$$(1 - \eta)W(h) \geq \frac{D^{\text{km}}(h)}{D}, \quad (15)$$

通过式(15)即可以求出满足要求的轨道高度,再通过遥感器地面像元分辨率及其它任务要求,可以锁定满足任务要求的轨道高度。轨道高度确定后通过式(6)即可以求出轨道倾角。所以式(15)是设计太阳同步轨道过程中非常重要的不等式。

5.2 算例

设星载光学遥感器视场角为 112° ,要求一天内光学载荷能够覆盖全球,且赤道覆盖重叠率为 10%。根据已知条件,把数据带入公式(15)得:

$$90\%W(h) \geq D^{\text{km}}(h), \quad (16)$$

结合式(14)和式(10)并带入已知相关数据便可以得出满足轨道高度 h 的条件:

$$h \geq 772.5 \text{ km}. \quad (17)$$

这样就确定了轨道的下限,将可选择的区间缩小了很多。在实际的轨道设计过程中,还要再根据光学遥感器地面像元分辨率的要求,进一步将轨道高度的范围缩小。如果星上还有其它载荷,用同样的方法可以求出满足其它载荷要求的高度范围,最后将所有情况下要求的轨道高度范围取交集,即得出了最终结果。

6 结 论

本文通过提出假想交点的概念,阐述了交点周期的物理意义,建立了基本交点距、地面幅宽与轨道高度的关系,并推导出了太阳同步轨道设计中常用的一些重要公式。最后,推导出了满足地面幅宽要求的太阳同步轨道的设计方法。

卫星轨道的设计是一个复杂的过程,要尽量满足所有任务的要求和一切约束条件。本文在众多任务要求中选择了地面幅宽要求作为讨论对象,通过推导地面幅宽与轨道参数的关系,方便地得出一个切实可行的太阳同步轨道的设计方法,对于类似的卫星轨道的设计具有借鉴意义。

参考文献:

- [1] 杨维廉. 基于 Brouwer 平根数的冻结轨道[J]. 中国空间科学技术, 1998, 18(5): 10.
YANG W L. Frozen orbit based on Brouwer's mean orbit elements[J]. *Chinese Space Science and Technology*, 1998, 18(5): 10. (in Chinese)
- [2] 陈洁, 汤国建. 太阳同步卫星的轨道设计[J]. 上海航天, 2004(3): 34-38.
CHEN J, TANG G J. Orbit design of sun-synchronous satellite[J]. *Aerospace Shanghai*, 2004(3): 34-38. (in Chinese)

- [3] 杨维廉. 资源一号卫星轨道:理论与实际[J]. 航天器工程,2001,10(1):30-43.
YANG W L. ZY-1 satellite orbit: theory and practice [J]. *Spacecraft Engineering*, 2001, 10(1) :30-43. (in Chinese)
- [4] CASEY D, WAY J. Orbit selection for the EOS mission and its synergism implications [J]. *IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing*, 1991, 19(6) :822-835.
- [5] 杨嘉墀. 航天器轨道动力学与控制(上)[M]. 北京:中国宇航出版社,2005.
YANG J C. *Spacecraft Orbital Mechanics and Control*[M]. Beijing: China Astronautics Press,2005. (in Chinese)
- [6] 张育林,吴建军. 航天器[M]. 北京:国防工业出版社,2006.
ZHANG Y L, WU J J. *Spacecraft*[M]. Beijing: National Defense Industry Press,2006. (in Chinese)
- [7] KOZAI Y. The motion of a close earth satellite [J]. *Astronomical Journal*, 1959, 64:367-377.
- [8] BROUWER D. Solution of the problem of artificial satellite theory without drag[J]. *Astronautical Journal*, 1959, 64 (1274):387-397.
- [9] 杨维廉. 关于卫星运动的交点周期[J]. 航天器工程,1997,12(3):34-38.
YANG W L. About nodal period of satellite movement [J]. *Spacecraft Engineering*, 1997, 12(3) :34-38. (in Chinese)
- [10] BOAIN R J. A-B-Cs of sun-synchronous orbit mission design[C]. *14th AAS/AIAA Space Flight Mechanics Conference*, AAS 04-108, 2004, 119:85-104.

作者简介:张贵祥(1982—),男,四川成都人,博士研究生,主要研究方向为航天器轨道设计、光学传感器信号处理与传输技术。E-mail:shiningciomp@yahoo.com.cn

金光(1958—),男,研究员,博士生导师,主要从事空间传感器总体设计方面的研究工作。E-mail:jing@ciomp.ac.cn

曲宏松(1980—),男,辽宁大连人,博士,主要从事航天器轨道设计、航天器测控系统、实时嵌入式操作系统的应用等方面的研究。E-mail:quhongsong@yahoo.com.cn